Examen de Topología General. **1 de Septiembre de 2015**

1. Sea τ la familia de subconjuntos de $\mathbb{N}$ formada por:

$$\tau = \{\phi,\ A_n,\ n \in \mathbb{N}\}$$

donde $A_n = \{m \in \mathbb{N},\ m \geq n\}$.

(a) Probar que τ es una topología en $\mathbb{N}$.

(b) Calcular el interior y la adherencia de $A = \{4, 6\}$.

(c) ¿Es $(\mathbb{N}, \tau)$ Hausdorff?

(d) ¿Es $(\mathbb{N}, \tau)$ conexo? (4)

2. Sea (Y, τ) un espacio topológico y $f\colon X \to Y$ una aplicación biyectiva. Probar que existe una única topología σ en X tal que la aplicación $f\colon (X, \sigma) \to (Y, \tau)$ es un homeomorfismo. (1,5)

3. Sea $f\colon X \to X$ una aplicación continua con X Hausdorff. Demostrar que el conjunto $\{x \in X,\ f(x) = x\}$ es un cerrado de X. (1,5)

4. Razonar la veracidad o falsedad de los siguientes enunciados:

(a) Si $A \subset B$ entonces $\operatorname{fr} A \subset \operatorname{fr} B$.

(b) Si $\mathcal{B}$ es una base de abiertos de un espacio topológico, entonces la unión de elementos de $\mathcal{B}$ vuelve a ser un elemento de $\mathcal{B}$.

(c) La unión de dos subespacios no compactos de un espacio topológico nunca es compacta. (3)