

Departamento de Álgebra,  
Geometría y Topología.  
Universidad de Málaga

# Ejercicios de álgebra<sup>1</sup> Cuarto curso (2003/04)

Relación 8.  
El teorema de la base de Hilbert

Profesor de la asignatura:

José Antonio Cuenca Mira

---

<sup>1</sup>Los anillos serán siempre supuestos conmutativos y unitarios, salvo mención expresa en sentido contrario. Asimismo, se supondrá que los homomorfismos entre ellos conservan las unidades. Además, a través de esta serie de relaciones de ejercicios, los anillos se supondrán no nulos, si bien este hecho se recalcará explícitamente en algunos lugares

## 8 Teorema de la base

- 8.1 Si  $A[X]$  es un anillo noetheriano, ¿es  $A$  necesariamente noetheriano?
- 8.2 Demostrar que el anillo de series formales  $A[[X]]$  es noetheriano si lo es  $A$ .
- 8.3 Sea  $A$  un anillo noetheriano,  $B$  un anillo extensión de  $A$  y  $\mathcal{S}$  una familia de polinomios de  $A[X_1, \dots, X_n]$  de cardinal arbitrario. Mostrar que existe alguna familia finita de polinomios de  $A[X_1, \dots, X_n]$  que tiene por raíces comunes exactamente a los mismos elementos de  $B^n$  que son simultáneamente raíces de cada uno de los polinomios  $f$  de  $\mathcal{S}$ .