

# Índice general

Índice general	III
<b>1. Conceptos Básicos</b>	<b>1</b>
1. Conjuntos. . . . .	1
1.1. Definiciones básicas. . . . .	1
1.2. Operaciones con conjuntos . . . . .	3
1.3. Conjuntos indexados . . . . .	5
2. Aplicaciones . . . . .	6
2.1. Definiciones básicas . . . . .	6
2.2. Composición de aplicaciones . . . . .	10
3. Relaciones . . . . .	13
3.1. Relación de equivalencia. . . . .	14
3.2. Relación de orden. . . . .	17
4. Cardinales . . . . .	21
5. Ejercicios del Tema . . . . .	23
<b>2. Los Naturales y los Enteros.</b>	<b>27</b>
1. Los Números Naturales y los Números enteros . . . . .	27
1.1. Los Números Naturales . . . . .	27
1.2. Los Números Enteros . . . . .	29
2. Factorización y Divisibilidad en $\mathbb{Z}$ . . . . .	30
2.1. Algoritmo de la División y Divisibilidad en $\mathbb{Z}$ . . . . .	30
2.2. Máximo Común divisor . . . . .	31
2.3. Factorización en $\mathbb{Z}$ . . . . .	35
3. Congruencias. . . . .	37
3.1. Anillos de congruencias . . . . .	37
3.2. Sistemas de ecuaciones en congruencias . . . . .	41
4. Ejercicios de Tema . . . . .	46
<b>3. Anillos</b>	<b>49</b>
1. Operación binaria, semigrupo, monoide. . . . .	49
2. Nociones básicas sobre Anillos . . . . .	53
2.1. Definiciones y ejemplos . . . . .	53
2.2. Subanillos . . . . .	57
3. Homomorfismos de anillos . . . . .	58
4. Construcción de nuevos anillos . . . . .	61
4.1. El producto directo de anillos. . . . .	61

4.2.	La suma directa de anillos. . . . .	63
4.3.	El anillo de matrices . . . . .	64
4.4.	El anillo de polinomios y el anillo de series formales . . . . .	65
4.5.	La unitización de un anillo . . . . .	69
5.	La característica de un anillo . . . . .	70
6.	Los Cuaterniones de Hamilton . . . . .	71
7.	Ampliación de contenidos . . . . .	72
7.1.	Anillos de endomorfismos de un grupo abeliano . . . . .	72
7.2.	Propiedad fundamental del producto directo de anillos . . . . .	73
7.3.	Asociatividad en el producto de matrices . . . . .	75
8.	Ejercicios del Tema . . . . .	76
<b>4.</b>	<b>Cuerpo de fracciones de un dominio de integridad</b>	<b>81</b>
1.	Caracterizaciones de un dominio de integridad . . . . .	81
2.	Cuerpo de fracciones . . . . .	83
3.	Complemento de la Teoría . . . . .	87
4.	Ejercicios del Tema . . . . .	89
<b>5.</b>	<b>Anillo cociente</b>	<b>91</b>
1.	Introducción . . . . .	91
2.	Ideales de un anillo. El anillo cociente. . . . .	92
3.	El retículo de los ideales de un anillo . . . . .	96
4.	Subcuerpo primo . . . . .	102
5.	Ideales primos, ideales maximales . . . . .	102
6.	Ejercicios del Tema . . . . .	105
<b>6.</b>	<b>Anillos de polinomios</b>	<b>107</b>
1.	Anillos de polinomios sobre anillos arbitrarios . . . . .	107
2.	Anillos de polinomios sobre anillos conmutativos. . . . .	109
3.	Anillos de polinomios sobre cuerpos. . . . .	109
3.1.	Cuerpos en general . . . . .	109
3.2.	Sobre el cuerpo de los complejos y de los reales . . . . .	110
3.3.	Sobre el cuerpo de los racionales . . . . .	111
3.4.	Factorización de polinomios . . . . .	112
4.	Ideales y cocientes en $\mathbb{F}[X]$ . . . . .	113
4.1.	Ideales en $\mathbb{F}[X]$ . . . . .	113
4.2.	Cocientes en $\mathbb{F}[X]$ . . . . .	114
5.	Ejercicios del Tema . . . . .	115
<b>7.</b>	<b>Algunos dominios de integridad</b>	<b>117</b>
1.	Definiciones del tema . . . . .	117
2.	Dominios de factorización única (DFU) . . . . .	118
3.	Dominios de ideales principales (DIP) . . . . .	120
4.	Dominios euclídeos (DE) . . . . .	121
5.	El anillo de los enteros de Gauss . . . . .	121
6.	Ejercicios del Tema . . . . .	125
	<b>Bibliografía</b>	<b>127</b>

Nomenclatura

129

Índice alfabético

131