Relación 1

1-. Sea $X = \{1, 2, 3, \{a, b\}, \{1, a\}, \{d\}, a, b, c\}$. Di si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas: $a \in X$, $a \subset X$, $d \in X$, $\{a, b\} \in X$, $\{a, b\} \subset X$, $\{1, 2, 3\} \in X$, $\{1, 2, 3\} \subset X$.

2-. Sean X e Y dos conjuntos no vacíos y $f : X \to Y$ una aplicación. Supongamos que existe una aplicación $g : Y \to X$ tal que $f \circ g = Id_Y$. Demuestra que f es sobreyectiva y que g es inyectiva. Pon ejemplos en donde se demuestre que g no tiene que ser sobreyectiva y que f no tiene que ser inyectiva.

3-. Sea X un conjunto finito. Demuestra que una aplicación $f : X \to X$ es inyectiva si y sólo si es sobreyectiva si y sólo si es biyectiva.

4-. Consideramos en el conjunto $\mathbb{Z}_3 = \{0, 1, 2\}$ la suma y el producto:

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3
2	2	3	0

.	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Demuestra que $(\mathbb{Z}_3, +, .)$ es un cuerpo.

5-. Sea X un conjunto no vacio y denotemos por $\mathcal{P}(X)$ el conjunto de partes de X. Demuestra que $(\mathcal{P}(X), \triangle, \cap)$ tiene estructura de anillo conmutativo y unitario. Demuestra que no es un cuerpo si X tiene más de un elemento.

6-. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales sobre el cuerpo de los reales, $\mathbb{R}$ y luego sobre $\mathbb{Z}_7$.

$$\begin{aligned} 6x + 3y + 5z &= 0 \\ 2x + 3y + 2z &= 0 \\ 3x + 2y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

7-. Sean $A_n = \{k \in \mathbb{N} \mid k \neq n\}$. Calcula $\cap_n A_n$, $\cup_n A_n$, $\cap_n \overline{A}_n$ y $\cup_n \overline{A}_n$ en donde $\overline{A}_n$ significa el complemento de A_n en $\mathbb{N}$.