Tema 3. Relatividad Especial. Introducción.

Manuel Gutiérrez.
Departamento de Álgebra, Geometría y Topología.
Universidad de Málaga. 29071-Málaga. Spain.
Mayo de 2010.

Sea el espacio afín $\mathbb{R}^4$. Sus puntos se llamarán **sucesos** y representan las posiciones en el espaciotiempo. Recordamos que una partícula inercial es una partícula que no está sometida a ninguna fuerza, y una referencia inercial $R(t)$ es una familia a un parámetro de referencias afines en la que las trayectorias espaciales de las partículas inerciales no tienen aceleración. El observador asociado a una referencia inercial se llama **observador inercial**.

Se supone que el espacio tiempo $\mathbb{R}^4$ es **espacialmente homogéneo e isótropo** y **temporalmente homogéneo**. Esto quiere decir que se puede realizar el mismo experimento físico en cualquier parte del espaciotiempo, orientado en cualquier dirección y en cualquier instante de tiempo, y siempre dará el mismo resultado.

Se aceptan los siguientes principios como fundamentos de la teoría.

1. **Principio de Relatividad**. Las leyes de la Física son las mismas en todas las referencias inerciales.

2. **Constancia de la velocidad de la luz**. La luz sigue una trayectoria rectilinea a velocidad constante y finita c en cualquier referencia inercial.

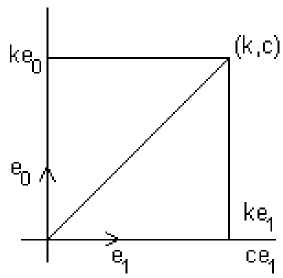
La idea de Einstein es revisar el proceso de medir clásico, y para ello vamos a desarrollar un procedimiento para medir tiempos y distancias entre sucesos basado en estos principios.

Para poder hacerlo, suponemos que en el espaciotiempo tenemos definida la métrica de Minkowski, y que los rayos de luz siguen trayectorias rectilíneas generadas por vectores luz, lo que significa que están inclinados 45 grados respecto al eje vertical.

Un observador inercial w tiene asociada una referencia inercial $R(t)$ que le permite dar coordenadas a todos los puntos de $\mathbb{R}^4$ y describir su propio movimiento y el de otras partículas. Igual que se hacía en la mecánica clásica, podemos suponer que w es un observador distinguido cuya base asociada a $R(t)$ es la base canónica $\{e_0, e_1, e_2, e_3\}$ de $\mathbb{R}^4$, es decir, supondremos que $R(t) = \{w(t), e_0, e_1, e_2, e_3\}$. Ya se vió que con esta referencia las partículas inerciales se describían con líneas rectas a velocidad constante. La cuestión es cual es el resto de la familia de referencias inerciales, cuestión que responderemos en las siguientes secciones.

El observador w, como partícula inercial que es, se describe a sí mismo como $w(t) = o + tke_0$ de manera que $w(0) = o$ es la posición que ocupa en el instante $t = 0$ de su reloj. El vector e_0 es temporal unitario y futuro en la métrica de Minkowsi, lo que interpretamos diciendo que el observador lleva velocidad menor que la de la luz, y la constante k es la adecuada para que el observador tenga como parámetro t el tiempo que mide su reloj.

Es inmediato determinar la constante k en la expresión $w(t) = o + tke_0$. Sea una partícula luz que atraviesa la línea de universo de w en el instante $t = 0$, en la dirección positiva del eje e_1.



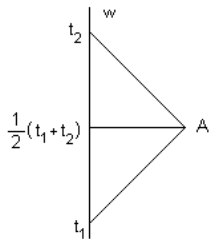
En el instante $t = 1$, la partícula ocupa la posición (k, c), es decir, la posición está deteminada por el vector $ke_0 + ce_1$, pero puesto que es luz, es claro que $-k^2 + c^2 = 0$, y como ambas son positivas, se tiene $k = c$.

Si ahora pensamos en un observador inercial arbitrario w', puesto que es una partícula inercial, visto desde la referencia inercial $R(t) = \{w(t), e_0, e_1, e_2, e_3\}$ asociada a w, debe tener una trayectoria rectilínea con velocidad constante, es decir, debe ser $w'(s) = o' + sk'u_0$ para algún vector u_0 que tomaremos temporal y unitario igual que en el caso de w pues queremos que represente un observador que lleva velocidad menor que la de la luz. El mismo argumento anterior muestra que tomando la constante $k' = c$ conseguimos que el parámetro s sea el tiempo medido por el reloj de w'.

Para el observador w la luz se propaga en línea recta con velocidad constante c. Con esto es posible que w determine unas coordenadas que tengan sentido físico, para un suceso cualquiera.

Hacemos el análisis en dimensión dos. Sea $A \in \mathbb{R}^2$ un suceso. Si A está en la trayectoria de w entonces el tiempo que le asigna es t_0 tal que $w(t_0) = A$. Si no está en su trayectoria lo que hace es enviar una señal luminosa hacia A en un instante t_1, se refleja en A y vuelve a w en el instante t_2. Puesto que para w la luz tarda el mismo tiempo en ir que en volver, el tiempo que le asigna es $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$. Nótese que en el diagrama de Minkowski las trayectorias de los rayos de luz son líneas paralelas a las bisectrices de los cuadrantes, esto es líneas de pendiente 1 o -1.

Manuel Gutiérrez. Universidad de Málaga.



Por otra parte la luz tarda en volver $(t_2 - t_1)$, de modo que la distancia para w es la mitad de la distancia recorrida por el rayo de luz, $\frac{c}{2}(t_2 - t_1)$. Para verlo como una coordenada, se conviene que es la coordenada del suceso A en el hiperplano de simultaneidad de $\omega(0) = o$, tomando como positiva en un sentido de la dirección de dicho hiperplano y negativa en el otro.

Este procedimiento de medir se llama **procedimiento radar** y las coordenadas que se obtienen son las **coordenadas inerciales**. Nótese que si la primera coordenada inercial se multiplica por c, se tiene las coordenadas usuales en la referencia afín $R(0)$.

Vemos que la manera en que w' asigna tiempo y distancia a un suceso es igual que lo que se ha hecho con w, pues sólo se ha usado que las partículas luz siguen trayectorias rectilineas paralelas a las bisectrices en el diagrama de Minkowski. La única diferencia aquí, es que esas medidas aún no las podemos pensar como coordenadas del suceso, hasta tener una idea clara de cómo hay que elegir la referencia inercial asociada $S(s) = \{w(s), u_0, u_1\}$.