

Tema 3. Sección 1. Hiperplanos de simultaneidad.

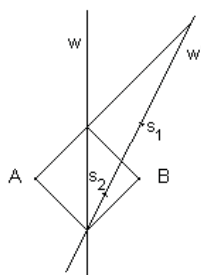
Manuel Gutiérrez.

Departamento de Álgebra, Geometría y Topología.

Universidad de Málaga. 29071-Málaga. Spain.

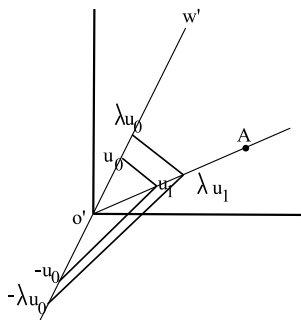
Mayo de 2010.

Vamos a poner de manifiesto que la noción de simultaneidad depende del observador. En efecto tomamos dos sucesos A y B simultáneos para w . Si s_1 y s_2 son los tiempos que le asigna w' a A y a B respectivamente, el siguiente gráfico muestra que $s_1 \neq s_2$.



Los sucesos A y B son simultáneos para w pero para w' , B es anterior a A .

Queremos determinar todos los sucesos que son simultáneos a o' para $w'(s) = o' + scu_0$ con u_0 vector temporal unitario. Supongamos que A es un suceso simultáneo con o' , y tomemos el vector $v = \overrightarrow{o'A}$. Entonces $B = o' + \lambda v$ es también simultáneo con o' . Por tanto lo es todo el subespacio $o' + \text{span}\{v\}$ (denotamos $\text{span}\{v\}$ al espacio vectorial generado por v). Para verlo basta observar que los triángulos de la figura son semejantes



y si giramos 180 grados obtenemos dos rectángulos centrados en el punto o' de lados paralelos a las bisectrices de los cuadrantes. Esto nos lleva a que $\frac{v}{|v|}$ es la imagen de u_0 por la reflexión respecto de la bisectriz del primer cuadrante, y ya sabemos que eso significa que $v \in u_0^\perp$ donde la ortogonalidad se refiere a la

métrica de Minkowski. Luego el hiperplano de simultaneidad de o' para w' es el eje generado por u_0^\perp que pasa por o' .

Dados dos observadores inerciales $w(t) = o + tce_0$ y $w'(s) = o' + scu_0$, de tal manera que el movimiento relativo entre ellos se produzca en el plano $\text{span}\{e_0, e_1\} = \text{span}\{u_0, u_1\}$ generado por los dos primeros vectores de las bases asociadas a $R(t)$ y a $S(s)$. Entonces ambos asignan a cualquier suceso A las mismas coordenadas inerciales en las direcciones ortogonales al movimiento relativo.

En efecto, supongamos que el movimiento relativo entre w y w' se produce en el plano $o + \text{span}\{e_0, e_1\}$. Imaginemos que w y w' se ponen de acuerdo en que antes de cruzarse w ponga una luz a distancia d sobre la parte positiva del eje e_2 y w' una cartulina negra a la misma distancia d sobre la parte positiva de un eje paralelo a e_2 , pero según lo mide el propio w' . Si no midieran la misma longitud en esa dirección, al cruzarse ambos, uno de ellos digamos w , vería la luz mientras que el otro vería la cartulina negra, por ser el fenómeno simétrico para ellos. Pero es obvio que si los rayos de luz son detenidos por la cartulina, esto afecta por igual a los dos observadores.

En definitiva, el movimiento entre dos observadores inerciales no afecta a las medidas de longitud en la dirección ortogonal a dicho movimiento. Esto justifica el análisis de la mayor parte de los efectos relativistas en el plano de Minkowski en lugar de en dimensión 4.